**Колебания курса рубля по отношению к доллару не подчиняются нормальному распределению**

Раззадоренный ☺ книгой Бенуа Мандельброта [«(Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах»](http://baguzin.ru/wp/?p=1604), я решил провести какой-нибудь собственный анализ. Напомню, Мандельброт утверждает, что колебания на рынках акций, валют, опционов и т.п. выходят далеко за границы нормального распределения. То есть, если взять *ежедневные* изменения какого-либо рыночного инструмента[[1]](#footnote-1) и найти среднее этих изменений μ и [стандартное отклонение](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D1%82%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) σ, то *редкие* события будут происходить значительно чаще, чем может предсказать [колоколообразная кривая Гаусса](http://baguzin.ru/wp/?p=1170).

И я решил присмотреться к курсу рубля к доллару (см. также лист «Исходный» Excel-файла). ЦБ РФ ведет отсчет курса доллара с 1 июля 1992 г. Поскольку 1 января 1998 г. рубль был деноминирован, я разделил значения за период с 01.07.92 по 31.12.97 на тысячу. Вот как «подрос» доллар за это время:



Рис. 1. Динамика курса доллара с 1 июля 1992 по 13 сентября 2011.

Далее я вычислил ежедневные отклонения курса, то есть разность значений двух соседних *торговых*[[2]](#footnote-2) дней в абсолютных величинах – рублях (рис. 2) и относительно значения предшествующего дня – в процентах (рис. 3).



Рис. 2. Ежедневные абсолютные изменения курса доллара.

Можно отметить значительные колебания в октябре 1994 года (черный вторник), и в кризисы 1998 и 2008 гг.



Рис. 3. Ежедневные относительные изменения курса доллара

Видно, что значительные *относительные* колебания наблюдались в первые годы котировки доллара, чего не видно на диаграмме с *абсолютными* изменениями. Зато *относительные* колебания в кризис 2008-го года не так заметны, как на предыдущей диаграмме.

Ежедневные изменения курса доллара очень хорошо описываются [правилом Парето](http://baguzin.ru/wp/?p=310) (см. также лист «Парето» Excel-файла). Если взять все относительные изменения по модулю и ранжировать по убыванию, то получится типичная кривая Парето (рис. 4).



Рис. 4. Изменения курса подчиняются правилу Парето

За период с 1 июля 1992 г. по 13 сентября 2011 г. торги проводились в течение 4213 дней. То есть мы исследовали 4212 ежедневных изменения. Все эти изменения, если их взять по модулю, привели к суммарному изменению курса доллара на 1835% (в среднем в день на 1835%/4212 = 0,44%). Так вот, кривая Парето говорит, что 20%[[3]](#footnote-3) всех наиболее динамичных торговых сессий или 857 торговых дня дали 80%-ный вклад в эти изменения, то есть на долю 857 дней пришлись изменения в размере 1835%\*80% = 1468%. В то время как на долю 3355 относительно спокойных дней пришлось суммарно всего 1835%\*20%=367% изменений:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   | *Число дней* | *Суммарные изменения* | *В среднем в один день* |
| Наиболее динамичные дни | 857 | 1468% | 1,71% |
| Спокойные торговые дни | 3355 | 367% | 0,11% |
| Всего | 4212 | 1835% | 0,44% |

Мандельброт предлагал называть правило Парето не 20/80, а 1/50, утверждая, что 1% наиболее значимых событий дает 50%-ный вклад в итоговый результат. В нашем случае, 1% наиболее динамичных торговых дней (чуть более 42 дней) дает 32,5%-ную долю изменений, или их суммарный вклад в изменения составляет 32,5%\*1835% = 598%. В среднем в день = 598% / 42 = 14,1%. В 130 раз больше, чем в среднем в спокойный день!!!

Если сгруппировать все ежедневные изменения по диапазонам с шагом 0,05%, то центральная часть кривой распределения вполне похожа на гауссиану (см. также лист «Гаусс» Excel-файла):



Рис. 5. Центральная часть кривой распределения

При этом «толстые» хвосты способны насторожить. На рисунке 6 масштаб по оси ординат выбран так, чтобы хвосты были лучше видны.



Рис. 6. Присутствуют «толстые» хвосты

Если построить график так, как это делал [Ципф](http://baguzin.ru/wp/?p=1716), то получим типичную гиперболу (рис. 7; см. также лист «Логарифмы» Excel-файла).



Рис. 7. Гипербола, подтверждающая соблюдения закона Ципфа

Здесь по оси абсцисс указан ранг диапазона от 1 до 19 и среднее значение диапазона. Так, например, в первом диапазоне среднее 0,005 или 0,5%, а сам диапазон включает все изменения от 0 до 1%.

Напомню, что закон Ципфа утверждает: произведение ранга на частоту появления – величина постоянная. Подтверждает соблюдение закона Ципфа то, что точки ложатся на прямую, если график (как на рис. 7) построить в логарифмических осях:



Рис. 8. То же, что и на рис. 7, но по обеим осям используется логарифмический масштаб

«Добьем» гауссиану сравнительной таблицей, в которой покажем теоретическую вероятность появления редких событий, рядом с реальными фактами поведения курса доллара (см. также лист «Сигма» Excel-файла).

|  |  |
| --- | --- |
| Сигма-окрестность | Количество значений за пределами указанной сигма-окрестности |
| Для распределения Гаусса | Для изменения курса доллара |
| За пределами  | 1 337 | 172 |
| За пределами 2 | 192 | 65 |
| За пределами 3 | 11 | 44 |
| За пределами 4 | 0,3 | 36 |

Что показывает таблица? Во-первых, вероятность попадания в σ-окрестность реальных данных существенно выше, чем в случае нормального распределения. Почти в 8 раз! (1337/172 = 7,7) Такая плотность размещения реальных данных у среднего значения компенсируется существенно более толстыми хвостами. Число значений изменения курса доллара за пределами 4-окрестности (36) в 135 раз превышает предсказываемое нормальным распределением (0,3)! А как вам плавное снижение чисел 172 → 65 → 44 → 36 по сравнению с 1337 → 192 → 11 → 0,3? Наверное, для вас не будет удивительным, что найдется парочка торговых дней, в которые изменения вышли за пределы 6и даже 10!?

Есть еще желающие отстаивать «нормальность» распределения изменения курса доллара!?

Ну, хорошо… изменение курса доллара не подчиняется нормальному распределению… ну и что? А то, что немало финансовых показателей основывается на предположении, что распределение то нормальное.

Рассмотрим, например, VaR (Value at Risk) – выраженную в денежных единицах оценку величины, которую не превысят ожидаемые в течение данного периода времени потери с заданной вероятностью. Немного сложно? Поясним. Вычисление VaR позволяет сказать: «Мы уверены на X%, что наши потери не превысят Y долларов в течение следующих N дней». В данном предложении неизвестная величина Y и есть VaR. Представляете, что будет с этим Y (VaR), если распределение не является нормальным, а наоборот, близким к тому, что мы наблюдаем на курсе доллара!?

Например, на основании гауссова распределения мы утверждаем: «С вероятностью 99,996% наши потери в течение следующего дня не превысят $ 10 млн.» То есть, вероятность таких потерь только один шанс из 15 800. На самом же деле (на основании выявленной степенной зависимости), следует сказать: «С вероятностью 99,15% наши потери в течение следующего дня не превысят $ 10 млн.» Теперь наши шансы понести потери – один из 117. В 135 раз выше!

Не играйте в азартные биржевые игры! Берегите себя! ☺

1. В упомянутой книге Мандельброт исследует колебания индекса Доу-Джонса за период 1916–2003. [↑](#footnote-ref-1)
2. В таблице (файл Excel) и на графике (рис. 1) отражены только дни, в которые велись торги. Праздники и выходные в них не отражены. Поэтому и разность двух торговых дней всегда значима. [↑](#footnote-ref-2)
3. Если быть точным, в нашем случае эта цифра равна 20,44%. [↑](#footnote-ref-3)