**ЕГЭ по математике 2012. Решение задачи С6 про мальчиков и девочек**

Знакомый переслал мне любопытную задачку, встретившуюся на ЕГЭ по математике в 2012-м году. Задачка из раздела С6, то есть из самых сложных и высоко оцениваемых (4 балла). Вот ее **условие**:

Группа состоит из мальчиков и девочек и посещает театр и кино. Один человек может побывать:

* только в кино
* только в театре
* и в театре, и в кино

но обязательно хотя бы в одном месте.

1. В театр мальчиков может пойти не более 3/13 от всех, кто пошел в театр.
2. В кино мальчиков может пойти не более 4/9 от всех, кто пошел в кино.

Вопросы:

1. может ли в группу входить 10 мальчиков, если всего в группе 20 человек?
2. каким может быть максимальное число мальчиков, если всего в группе 20 человек?
3. какова наименьшая доля девочек в группе при любом количестве человек в группе?

**Лирическое отступление.** В Интернете я не нашел ни одного ресурса, где бы были приведены правильные ответы на все три вопроса. При том, что арифметика решения задачи не выходит за рамки программы 3-го класса, требуется хорошо проработанная логика, чтобы «добраться» до этой простейшей арифметики. На мой взгляд, проблемы с решением возникают из-за того, что многие начинают решать с попытки ответить на первый (иногда второй) вопрос, и зацикливаются на мальчиках. Но, как говорят французы, Cherchez la femme (Шерше ля фам) – «ищите женщину».

**Решение**. Предлагаю начать с ответа на третий вопрос… Для того, чтобы число девочек в группе было как можно меньшим (или мальчиков как можно большим), необходимо, чтобы:

* условия 1) и 2) выполнялись в точности, то есть: в театр мальчиков идет 3/13 от всех, кто пошел в театр; в кино мальчиков идет 4/9 от всех, кто пошел в кино;
* никакие мальчики не идут в оба заведения, в то время как все девочки идут в оба заведения.

Обозначим число девочек, пошедших в театр, через Х. Составим пропорцию:

*Человек пошло в театр Доля в числе пошедших в театр*девочек Х 10/13
мальчиков Y1 3/13

Y1 = 3/13 \* Х : 10/13 = 3/10 Х

Составим аналогичную пропорцию для кино

*Человек пошло в кино Доля в числе пошедших в кино*девочек Х 5/9
мальчиков Y2 4/9

Y2 = 4/9 \* Х : 5/9 = 4/5 Х

Всего в группе Х + 0,3Х + 0,8Х = 2,1Х, а доля девочек 1:2,1 или 10/21.

**Ответ в).** Наименьшая доля девочек в группе – 10/21

Понятно, что число девочек (как, впрочем, и мальчиков ☺) не может быть не целым. Поэтому, если численность группы не кратна 21, то число девочек, полученное как доля 10/21 должна быть округлена до целого в большую сторону (чтобы не нарушить неравенство –доля девочек не может быть меньше 10/21; только равна или больше 10/21).

Итак, если всего в группе 20 человек, то число девочек не может быть меньше 10/21\*20 = 9,52, то есть 10 человек.

**Ответ б).** Если всего в группе 20 человек, максимальное число мальчиков составит 10 человек.

**Ответ а).** Да. Если всего в группе 20 человек, в группу может входить 10 мальчиков.