**ЕГЭ по математике 2011. Решение задачи С6 про положительные и отрицательные числа**

**У моего знакомого дочь в прошлом году поступала в вуз. И когда он увидел, как я решил** [задачку С6 ЕГЭ 2012-го года (про мальчиков и девочек)](http://baguzin.ru/wp/?p=3351)**, у него взыграло самолюбие, так как он не справился с дочкиной задачей. Он предложил мне на спор решить ту задачу, дав мне полчаса. Вообще-то я не люблю спорить, но ставка была невысокой, а задачки я решать люблю. ☺**

**Задание.** На доске написано более 45, но менее 55 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 3, среднее арифметическое всех положительных из них равно 10, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно «–5».

1. Сколько чисел написано на доске?
2. Каких чисел написано больше положительных или отрицательных?
3. Какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?

**Решение.**

**А).** Обозначим *Х* количество положительных чисел, Y – количество отрицательных чисел, Z – количество нулей. Сумма всех чисел = 10\*Х – 5\*Y + 0\*Z. Видно, что эта сумма при любых натуральных X, Y, Z кратна 5. С другой стороны по условию задачи эта сумма кратна трем. Таким образом, надо найти такие произведения 46\*3, 47\*3 и т.д. вплоть до 54\*3, которые были бы кратны 5. Существует единственное такое произведение – 50\*3.

Ответ а): на доске написано 50 чисел

**Б).** Сумма всех чисел: 10\*Х – 5\*Y + 0\*Z = 50\*3

(1) 10\*Х – 5\*Y = 150, или 2\*Х – Y = 30, или X = 15 + Y/2

При условии выполнения равенства (1), получаем:

$$\left\{\begin{array}{c}X>Y для Y<30\\X=Y для Y=30\\X<Y для Y>30\end{array}\right.$$

Поскольку количество всех чисел:

(2) Х + Y + Z = 50

то Y заведомо меньше 30, то есть X всегда больше Y.

Ответ б): написано больше положительных чисел.

**В).** Используя уравнения (1) и (2) запишем систему (для неизвестного Z ≥ 0):

$$\left\{\begin{array}{c}X=15+\frac{Y}{2}\\X+Y \leq 50\end{array}\right.$$

Также очевидно, что Y должно быть четным. Попробуем выбрать максимально большое Y, которое всё же меньше половины всех чисел (к тому же четное) – 24. Не подходит, так как тогда Х = 27, и Х + Y больше 50. Следующее по убыванию Y = 22, тогда Х = 26, а на долю Z остается 2. Проверяем: 26\*10 – 5\*22 = 150; 150/3 = 50. Подходит!

Ответ в): наибольшее количество отрицательных чисел – 22.

Несмотря на то, что решение заняло всего несколько строк, я с трудом успел решить задачу за полчаса.

\* \* \*

Позже я построил небольшую модель в Excel, раскрашивающую с помощью условного форматирования ячейки, соответствующие решению задачи. Для Z = 0, как мы увидели выше, не существует набора X и Y, удовлетворяющего решению задачи (рис. 1)



Рис. 1. При Z = 0 не найдено X и Y, удовлетворяющие решению задачи

Значение Z устанавливается в ячейке А1. В самой ячейке «забито» значение 0, а надпись «Z = 0» получена с помощью соответствующего формата (рис. 2).



Рис. 2. Формат ячейки А1

Для Z = 1, также не найдено ни одного решения (рис. 3).



Рис. 3. При Z = 1 также не найдено X и Y, удовлетворяющие решению задачи

А вот для Z = 2, как и можно было ожидать, решение есть (рис 4). При этом X = 26, Y = 22.



Рис. 4. При Z = 2 существуют X и Y, удовлетворяющие решению задачи: X = 26, Y = 22

Для выделения ячеек, отвечающих решению задачи, было применено условное форматирование области $K$3:$S$47. Ячейка будет подкрашена в желтый цвет, если значение в ней будет в три раза больше, чем значение в ячейке того же столбца второй строки (рис. 5), то есть, если 10\*X – 5\*Y = (X + Y + Z)\*3



Рис. 5. Формула условного форматирования