**Теория ожидаемой полезности и Санкт-Петербургский парадокс**

Люди в осуществлении своей экономической деятельности неизбежно идут на риск.[[1]](#footnote-1) Под *риском* понимается ситуация, когда, зная вероятность каждого возможного исхода, все же нельзя точно предсказать конечный результат. Рассмотрим некоторые основные понятия, связанные с поведением человека в условиях неопределенности. Участие в лотерее – типичный пример рисковой деятельности.

*Ожидаемое значение случайной величины* (например, выигрыш или проигрыш в лотерее) подсчитывается по *формуле математического ожидания*:

*Е(х) = р1х1 + р2х2 + … + pnxn*

где *р1, р2, … pn* – вероятности каждого исхода, *х1, х2, … xn* – значения каждого исхода.

При этом важно учитывать, что вероятности могут иметь различную природу, то есть быть как объективными, так и субъективными. Те ученые, которые придерживаются концепции объективной природы вероятностей, полагают, что значения вероятностей потенциально определимы на математической основе. Так, французский астроном, математик и физик [Пьер Лаплас](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B0%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D1%81,_%D0%9F%D1%8C%D0%B5%D1%80-%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%BE%D0%BD) определял вероятность исследуемого события как отношение количества благоприятных исходов данного события к количеству всех возможных исходов. Сторонники субъективного подхода (например, американский экономист и статистик [Леонард Сэвидж](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%8D%D0%B2%D0%B8%D0%B4%D0%B6,_%D0%9B%D0%B5%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%B4_%D0%94%D0%B6%D0%B8%D0%BC%D0%BC%D0%B8)) полагали, что вероятности – это степени убежденности в наступлении тех или иных событий. В любом случае, какую бы трактовку природы вероятностей мы ни приняли, нам важно различать математическое ожидание (предполагаемое значение исхода) и *ожидаемую полезность*.

Истоки математического обоснования теории ожидаемой полезности можно встретить в работах швейцарских математиков [Габриэля Крамера](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B5%D1%80,_%D0%93%D0%B0%D0%B1%D1%80%D0%B8%D1%8D%D0%BB%D1%8C) и [Даниила Бернулли](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B5%D1%80%D0%BD%D1%83%D0%BB%D0%BB%D0%B8,_%D0%94%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B8%D0%BB), последний из которых предложил свое решение знаменитого [Санкт-Петербургского парадокса](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B0%D0%BD%D0%BA%D1%82-%D0%9F%D0%B5%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B1%D1%83%D1%80%D0%B3%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BF%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%81).

**Формулировка парадокса.** Рассматривается следующая задача. Вступая в игру, игрок платит некоторую сумму, а затем подбрасывает монету (вероятность каждого исхода — 50 %), пока не выпадет орёл. При выпадении орла игра заканчивается, а игрок получает выигрыш, рассчитанный по следующим правилам. Если орёл выпал при первом броске, игрок получает 20, при втором броске — 21 и так далее: при *n*-ном броске — 2n-1. Другими словами, выигрыш возрастает от броска к броску вдвое, пробегая по степеням двойки — 1, 2, 4, 8, 16, 32 и так далее.

Математическое ожидание денежного выигрыша при первом броске составляет р1 \* х1 = 0,5\*20 = 0,5 \* 1 = 0,5 доллара. При втором броске оно составит р2 \* х2 = (0,5\*0,5)\*21 = 0,25\*2 = 0,5 долл. Общее ожидаемое значение представляет собой сумму ожиданий на каждой стадии игры и = 0,5 долл. + 0,5 долл. + 0.5 долл. + ... Сумма этого бесконечного ряда представляет бесконечно большую величину.

Нужно определить, какой размер вступительного взноса делает такую игру справедливой, то есть найти математическое ожидание выигрыша игрока. Парадокс заключается в том, что вычисленное значение этого справедливого взноса равно бесконечности, то есть выше любого возможного выигрыша. Иными словами суть парадокса: *индивиды готовы заплатить относительно небольшую сумму денег за участие в игре, в которой математическое ожидание выигрыша бесконечно велико*.

Итак, ожидаемый денежный выигрыш в игре бесконечен, однако большинство людей уклонится от участия в ней. Почему же так происходит? Чтобы объяснить Санкт-Петербургский парадокс, Д. Бернулли предположил, что в данном случае индивиды стремятся к максимизации не ожидаемого денежного выигрыша, а морального ожидания, впоследствии названного *ожидаемой полезностью выигрыша*. А это не одно и то же. Рассмотрим эту проблему подробнее в связи с отношением людей к риску.

Идеи Д. Бернулли получили развитие в работах американских экономистов [Джона фон Неймана](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B5%D0%B9%D0%BC%D0%B0%D0%BD,_%D0%94%D0%B6%D0%BE%D0%BD_%D1%84%D0%BE%D0%BD) и [Оскара Моргенштерна](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D1%80%D0%B3%D0%B5%D0%BD%D1%88%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD,_%D0%9E%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%80), которых часто называют основоположниками теории ожидаемой полезности. Они показали, что в условиях неполной информации рациональным выбором индивида будет выбор с максимальной ожидаемой полезностью. Ожидаемая полезность каждого варианта подсчитывается следующим образом:

Формула полезности.JPG

U – ожидаемая полезность (от англ. utility), где рi – вероятность исхода, xi – полезность исхода. Затем индивид сравнивает ожидаемые полезности вариантов и осуществляет выбор, стремясь максимизировать ожидаемую полезность. Каково же будет его отношение к риску?

Людям свойственно различное отношение к риску. В экономической теории принято выделять:

1. нейтральных к риску;
2. любителей риска;
3. испытывающих антипатию к риску, или противников риска.

В некоторых случаях математическое ожидание при осуществлении рисковой деятельности может быть равно в денежном выражении нерисковому варианту, и все же люди поведут себя по-разному. Например, ваш должник вместо того, чтобы вернуть вам 10 долл., предлагает бросить монету. Если вы выиграете, то получите не 10, а 20 долл. (т. е. ваш чистый выигрыш составит 10 долл.), но если проиграете – не получите ничего (т. е. потеряете свои 10 долл.). Математическое ожидание Е(х) в этом случае составит: (0,5 \* 10) + (0,5 \* (–10+) = 0. Оно равно нулю, и получается, что вам, вроде бы, безразлично, играть в орлянку с должником или потребовать просто свои деньги назад.

Но кто-то пожелает пойти на риск в надежде получить больше, а кто-то предпочтет не предпринимать никаких действий, связанных с риском. Для того, чтобы объяснить выбор экономических агентов, необходимо включить в наш анализ концепцию ожидаемой полезности.

Практика показывает, что в основной своей массе люди не склонны к рисковой деятельности. Такое поведение обычно объясняется, помимо особенностей человеческой психики, чисто экономической причиной, а именно: действием *закона убывающей предельной полезности*.

Предположим, что у вас есть 100 долл. Вы можете сыграть в рулетку и поставить «на красное» 50 долл. В случае выигрыша у вас будет 150 долл.: 50 долл., которые вы не ставили, плюс 50 долл. \* 2 – ваш выигрыш. Таким образом, вы увеличите свое первоначальное богатство, равное 100 долл., на 50 долл. В случае проигрыша у вас останется всего 50 долл., т. е. вы уменьшите свое первоначальное богатство на 50 долл. Математическое ожидание выигрыша в денежном выражении составит: (0,5 \* 50) + (0,5 \* (–50)) = 0.

Но предельная полезность, как видно из графика общей полезности, убывает, поэтому в условных единицах полезности ожидаемая полезность будет иметь отрицательное значение: (0,5 \* (–2)) + (0,5 \* 1) = –1.

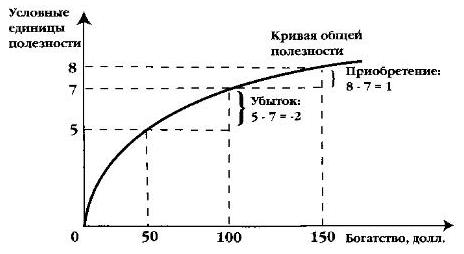


Рис. 1. Кривая общей полезности для индивида, испытывающего антипатию к риску

Иначе говоря, в случае проигрыша ваши убытки будут в условных единицах полезности больше, чем ваше приобретение в случае выигрыша. Таким образом, в категориях полезности ситуация выглядит иначе, чем в денежном исчислении, и вы не будете склонны рисковать. Вот почему мы говорили ранее о необходимости различать математическое ожидание денежной суммы выигрыша и ее ожидаемую полезность. Выражаясь более простым языком, можно сказать, что, конечно, вам доставит радость получить больше того, что вы имеете, но для вас гораздо ощутимее будет потеря того, к чему вы уже привыкли. В экономической теории данный феномен получил название *эффекта владения*. Эффект владения заключается в том, что люди гораздо выше оценивают то, чем они владеют чем то, что пока им не принадлежит.

Возвращаясь к Санкт-Петербургскому парадоксу, мы можем теперь сказать, что индивиды, отказываясь от игры в подбрасывание монеты, несмотря на бесконечно большое значение математического ожидания, руководствуются, согласно гипотезе Бернулли, прежде всего ожидаемой полезностью выигрыша. А предельная полезность дохода с каждым его приростом снижается. При уменьшающейся предельной полезности денежного выигрыша люди будут требовать все возрастающих выплат, для того, чтобы компенсировать свой риск в случае проигрыша.

1. Цитируется по учебнику для вузов Курс экономической теории под общей редакцией проф. Чепурина М.Н., проф. Киселевой Е. А., Киров. – «АСА», 2006. – стр. 93–96 [↑](#footnote-ref-1)