

## Распределения с толстыми хвостами

Герой Бена Аффлека в фильме [Расплата](#) выполняет аудит компании по производству робототехники. Сотрудница финансового отдела компании обнаружила несоответствие на миллионы долларов. Аффлек анализирует первые цифры счетов, и обнаруживает их неестественность. Злой умысел подтвержден...

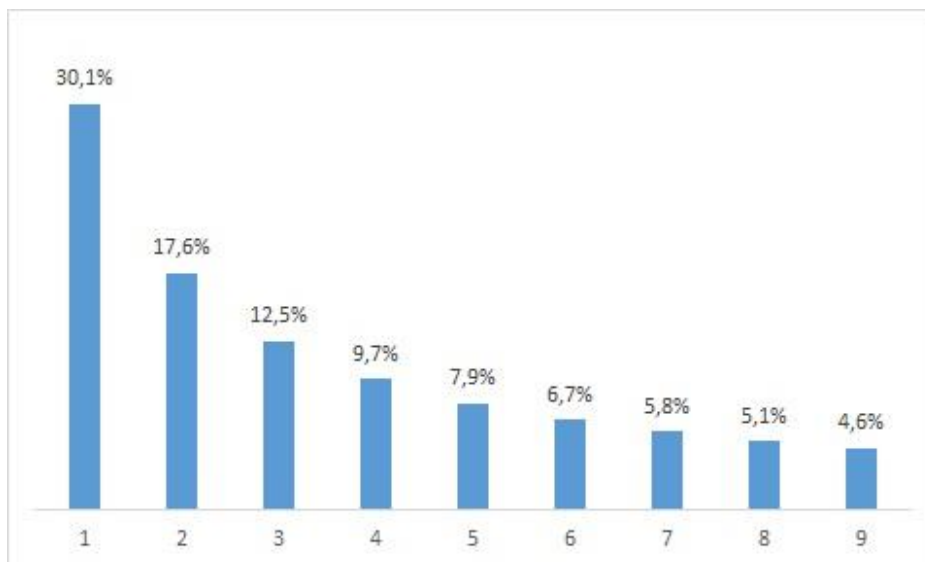


Бен Аффлек и Анна Кендрик в фильме [Расплата](#)

[Предыдущая глава](#)   [Оглавление](#)   [Следующая глава](#)

## Закон Бенфорда

Закон Бенфорда или закон первой цифры гласит, что в числах, основанных на данных из жизни, цифра 1 на первом месте встречается гораздо чаще, чем все остальные.



Закон Бенфорда: по горизонтали – первые значащие цифры данных, по вертикали – вероятность их появления

Американский астроном [Саймон Ньюком](#) в 1881 г. заметил, что страницы логарифмических таблиц, на которых числа начинались с единицы, истрепаны гораздо сильнее. Он предположил, что такие числа встречались в расчетах чаще, и вывел эмпирическую закономерность. В 1938 г. [Фрэнк Бенфорд](#) переоткрыл эту закономерность. Закон Бенфорда применим ко множествам чисел, которые могут расти экспоненциально. В их число входят суммы счетов, цены на акции, численность населения стран, длины рек, площади водоемов... Закон как нельзя лучше подходит для обработки большого массива финансовых показателей на предмет мошенничества.

## Закон Ципфа

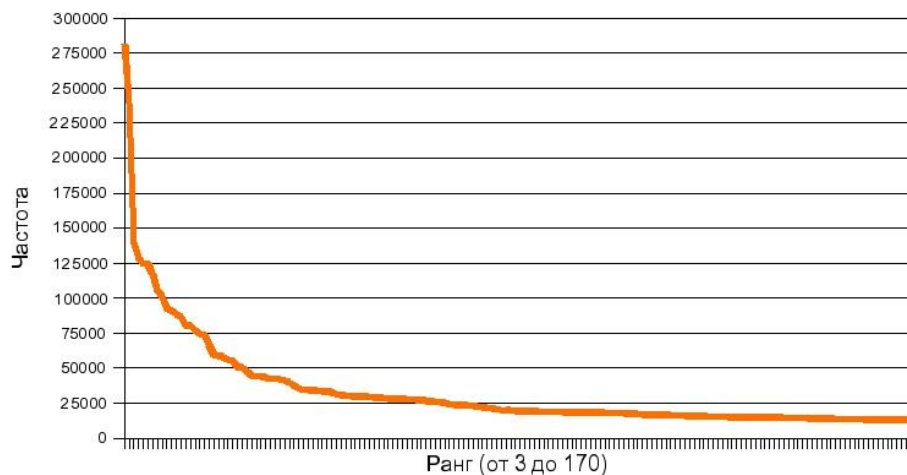
В середине XX в. социолог [Джордж Кингсли Ципф](#) вывел эмпирическую закономерность распределения частот слов естественного языка. Если слова любого текста ранжировать по частоте использования, то произведение ранга на частоту есть величина постоянная:

$F \cdot R = C$ , где:

F – частота появления слова в тексте;

R – ранг слова (наиболее употребляемое слово получает ранг 1, следующее – 2 и т.д.);

C – константа; Ципф экспериментально определил, что  $C \approx 0,1$ .



Закон Ципфа: график для частот слов из статей [русской Википедии](#)

## Принцип Парето

Ципф рассматривал степенные законы как вездесущие структуры общественных наук. Степенные законы также широко представлены в физике. Например, [шкала Рихтера](#) для измерения силы землетрясений. Слабые землетрясения обычны, тогда как сильные редки, а частота и сила землетрясений связаны формулой на основе степенной зависимости. В то же время закон Ципфа является не чем иным, как принципом Парето «наоборот».

В самом общем виде принцип Парето заключается в следующем: основные результаты достигаются небольшим числом усилий. При этом часто (но не обязательно) наблюдается пропорция 80/20. Например, 20% клиентов дают 80% продаж; 80% товарного запаса приходится на 20% номенклатуры; 80% брака является следствием 20% всех возможных причин... Философия принципа Парето – сущности распределяются неравномерно, и дают не одинаковый вклад в итоговый результат.

## Фракталы и финансовые рынки

Случайности различной природы...

- игровой (рулетка, бросание костей),
- технологической (диаметр вала, изготавливаемого на токарном станке)
- физической (рост взрослого человека)

... описываются кривой Гаусса. Но целый ряд явлений не подчиняются этому распределению: богатство стран и отдельных людей, колебания цен на акции, курсы валют, частота использования слов, сила землетрясений... Для таких явлений характерным является то, что среднее значение сильно зависит от выборки.

[Бенуа Мандельброт](#), изучая степенные ряды показал, что они приводят к фрактальной природе экономических и социальных систем. Хвосты распределения не уменьшаются до бесконечности, а остаются толстыми довольно далеко от средних значений.

Фрактал – геометрический объект, обладающий свойством самоподобия. Вид фрактала не зависит от масштаба. Все диаграммы выглядят одинаково: в отсутствие условных обозначений никто не скажет, какой именно период времени – минуты, часы или годы – охватывает ценовая диаграмма:



Курс рубля к доллару на трех временных горизонтах: месяц, час, минута

Благодаря тому, что всего два числа – среднее значение и стандартное отклонение – говорят нам все необходимое о генеральной совокупности, кривая Гаусса приобрела столь широкую популярность. Мир финансов совершенно иной. В нем ошибки распределены не так, как почти одинаковые песчинки; они представляют собой смесь песчинок, гравия, валунов и гор. Финансовые рынки управляются фрактальной статистикой на основе долговременной памяти. Движение цен описывается не колоколообразной кривой, а степенными рядами, значительно более бурными. Рынки вводят в заблуждение. Графики цен легко одурачат любого профессионала, который отыщет в них закономерности просто из-за присущей человеческой природе потребности находить закономерности там, где их нет.

Леонард Млодинов. (Не)совершенная случайность. Как случай управляет нашей жизнью. М.: Livebook/Гаятри, 2010. – 352 с. Конспект: <http://baguzin.ru/wp/?p=4219>

Закон Бенфорда или закон первой цифры: <http://baguzin.ru/wp/?p=4367>

Закон Ципфа и фрактальная природа социальных и экономических явлений: <http://baguzin.ru/wp/?p=1716>

ABC-анализ и принцип Парето для бизнеса: <http://baguzin.ru/wp/?p=310>

Бенуа Мандельброт. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах. – М.: Издательский дом Вильямс, 2006. – 400 с. Конспект: <http://baguzin.ru/wp/?p=1604>